



**PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC MÔ HÌNH HOÁ TOÁN HỌC CHO HỌC SINH TRONG
DẠY HỌC TOÁN BẰNG TIẾNG ANH LỚP 11
CHỦ ĐỀ: “DÃY SỐ-CẤP SỐ CỘNG-CẤP SỐ NHÂN”**

Đình Bích Hảo¹

Ngày nhận bài: 01/11/2023

Ngày chấp nhận đăng: 23/11/2023

Tóm tắt: Năng lực mô hình hoá toán học là một trong năm năng lực toán học cần hình thành cho học sinh, được quy định trong chương trình giáo dục phổ thông môn Toán 2018. Do đó, trong dạy học Toán, việc phát triển năng lực mô hình hoá toán học cho học sinh là điều cần thiết. Trong bài viết này, chúng tôi lựa chọn các bài tập thuộc chủ đề “Dãy số-Cấp số cộng-Cấp số nhân” bằng tiếng Anh có liên quan đến thực tiễn và tổ chức dạy học nhằm phát triển năng lực mô hình hoá toán học cho học sinh. Việc dạy học đã giúp học sinh giải quyết các vấn đề - thực tiễn, hiểu mối liên hệ giữa toán học và thực tiễn, hình thành và phát triển năng lực mô hình hoá toán học cho học sinh.

Từ khoá: Mô hình hoá toán học, năng lực, dạy học Toán bằng tiếng Anh.

**DEVELOPING MATHEMATICAL MODELING COMPETENCE FOR STUDENTS IN
TEACHING MATH IN ENGLISH GRADE 11: TOPIC “SEQUENCE- ARITHMETIC
SEQUENCE - GEOMETRIC SEQUENCE”**

Abstract: Mathematical modeling competence is one of the five mathematical capacities that need to be formed for students, specified in the General Education Program in Mathematics since 2018. Therefore, in teaching Mathematics, developing mathematical modeling competence for students is essential. In this article, we select exercises on the topic “sequence- arithmetic sequence - geometric sequence” in English that are related to reality and teaching plan to develop mathematical modeling competence for students. Teaching has helped students solve practical problems, understand the relationship between mathematics and practice, and form and develop mathematical modeling competence for students.

Keywords: Mathematical modeling, competence, teaching maths in English.

1. GIỚI THIỆU

Nghị quyết số 29-NQ/TW của Ban Chấp hành Trung ương đã đánh dấu một bước quan trọng trong quá trình đổi mới căn bản và toàn diện giáo dục Việt Nam. Nội dung trọng tâm được thể hiện trong nghị quyết này là “chuyển nền giáo dục nặng về truyền thụ kiến thức sang nền giáo dục phát triển toàn diện cả về phẩm chất và năng lực” [1]. Trong chương trình GDPT 2018, năng lực đặc trưng của Toán học đó là: tư duy và lập luận toán học; mô hình hóa toán học; giải quyết vấn đề toán học; giao tiếp toán học; sử dụng công cụ và phương tiện học toán [2]. Trong các năng lực trên, năng lực mô hình hóa là năng lực đã được nhiều quốc gia trên thế giới

¹ Trường PTHSP Tràng An, Trường Đại học Hoa Lư; Email: dbhao@hluv.edu.vn

đề cập đến từ hai thập niên trước (như: Mĩ, Đức, Pháp, Anh, Trung Quốc, Nga, ...) và là năng lực quan trọng của học sinh phổ thông.

Hơn nữa, trong giai đoạn hiện nay, việc dạy và học Toán bằng tiếng Anh ở cấp THPT đang được triển khai ở nhiều nơi. Việc tổ chức các hoạt động dạy học Toán gắn với thực tiễn và bằng tiếng Anh sẽ giúp học sinh hứng thú với môn Toán, đồng thời rèn luyện kỹ năng sử dụng tiếng Anh. Tuy nhiên, do đặc thù môn học và những hạn chế trong việc sử dụng tiếng Anh giao tiếp của cả giáo viên và học sinh, nên việc triển khai dạy học môn Toán bằng tiếng Anh ở cấp THPT còn gặp nhiều khó khăn.

Bài viết đề cập vấn đề phát triển năng lực mô hình hoá toán học cho học sinh trong dạy học môn Toán bằng tiếng Anh lớp 11, chủ đề “Dãy số-cấp số cộng-cấp số nhân” nhằm góp phần phát triển năng lực học sinh: năng lực mô hình hoá toán học, năng lực giao tiếp toán học,... giúp học sinh thiết lập được mô hình toán học, giải quyết các vấn đề toán học liên quan tới thực tiễn, đọc hiểu và ghi chép được các thông tin toán học cơ bản thuộc chủ đề này bằng tiếng Anh,...

2. Nội dung

2.1. Mô hình hoá toán học

2.1.1. Khái niệm “Mô hình hoá toán học”

Mô hình hóa toán học chính là quá trình giải quyết vấn đề thực tế bằng công cụ và ngôn ngữ toán học. Vấn đề của tình huống thực tiễn được chuyển đổi sang vấn đề toán học phù hợp và ngược lại.

Theo tác giả Lê Thị Hoài Châu, “Mô hình hoá toán học là sự giải thích bằng toán học cho một hệ thống ngoài toán học với những câu hỏi xác định mà người ta đặt ra trên hệ thống. Quá trình mô hình hóa toán học là quá trình thiết lập một mô hình toán học cho vấn đề ngoài toán học, giải quyết vấn đề trong mô hình đó rồi thể hiện và đánh giá lời giải trong ngữ cảnh thực tế” [4].

Mô hình hoá toán học là một hoạt động phức tạp, chuyển đổi giữa toán học và thực tiễn theo cả hai chiều, vì vậy đòi hỏi học sinh phải có nhiều năng lực khác nhau trong các lĩnh vực toán học khác nhau, đồng thời có kiến thức liên quan đến thực tiễn.

Theo Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán (Bộ GD-ĐT, 2018), một vài cấu trúc Toán học dùng để mô hình hóa là công thức, phương trình, sơ đồ, hình vẽ, bảng biểu, đồ thị...

2.1.2. Năng lực mô hình hoá toán học

a) Năng lực

Theo Chương trình giáo dục phổ thông tổng thể: “Năng lực là thuộc tính cá nhân được hình thành, phát triển nhờ tố chất sẵn có và quá trình học tập, rèn luyện, cho phép con người huy động tổng hợp các kiến thức, kỹ năng và các thuộc tính cá nhân khác như hứng thú, niềm tin, ý chí,... thực hiện thành công một loại hoạt động nhất định, đạt kết quả mong muốn trong những điều kiện cụ thể” [2].

b) Năng lực toán học

- Theo tác giả Trần Kiều (2014) [6]: “Các năng lực cần hình thành và phát triển cho người học qua dạy học môn Toán trong trường phổ thông Việt Nam là: năng lực tư duy; năng lực giải quyết vấn đề; năng lực mô hình hóa toán học; năng lực giao tiếp; năng lực sử dụng các công cụ, phương tiện học toán; năng lực học tập độc lập và hợp tác”.

- Theo Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán (Bộ GD-ĐT, 2018), năng lực toán học (biểu hiện tập trung nhất của năng lực tính toán) bao gồm các thành phần cốt lõi sau: năng lực tư duy và lập luận toán học; năng lực mô hình hoá toán học; năng lực giải quyết vấn đề toán học; năng lực giao tiếp toán học; năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán [3].

c) Năng lực mô hình hoá toán học

Theo Đỗ Thị Thanh (2020), năng lực mô hình hoá toán học là kỹ năng ứng dụng, thông hiểu, diễn tả - giao lưu và giải quyết các vấn đề liên quan đến mô hình hoá toán học.[8] Maab (2006) quan niệm năng lực mô hình hóa bao gồm các kỹ năng và khả năng thực hiện quá trình mô hình hóa, nhằm đạt được mục tiêu xác định, sẵn sàng đưa ra những hành động [9].

Theo Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán (Bộ GD-ĐT, 2018), năng lực mô hình hóa toán học thể hiện:

- Thiết lập được mô hình toán học (gồm công thức, phương trình, sơ đồ, hình vẽ, bảng biểu, đồ thị,...) để mô tả tình huống đặt ra trong một số bài toán thực tiễn.
- Giải quyết được những vấn đề toán học trong mô hình được thiết lập
- Lí giải được tính đúng đắn của lời giải (những kết luận thu được từ các tính toán là có ý nghĩa, phù hợp với thực tiễn hay không). Đặc biệt, nhận biết được cách đơn giản hoá, cách điều chỉnh những yêu cầu thực tiễn (xấp xỉ, bổ sung thêm giả thiết tổng quát hoá, ...) để đưa đến những bài toán giải được [3].

2.1.3. Các bước dạy học toán bằng tiếng Anh chủ đề “dãy số-cấp số cộng-cấp số nhân” nhằm phát triển năng lực mô hình hoá toán học cho học sinh

Dạy học toán bằng tiếng Anh chủ đề “dãy số-cấp số cộng-cấp số nhân” nhằm phát triển năng lực mô hình hoá toán học cho học sinh, hướng tới mục tiêu giúp học sinh đạt được các thành phần năng lực thể hiện của năng lực mô hình hoá toán học đã mô tả ở trên. Chúng tôi đề xuất các bước như sau:

a) Bước 1: **Thiết lập** được mô hình toán học.

- *Từ vựng*: Tìm hiểu từ vựng chuyên ngành toán, làm quen các bài toán đơn giản của chủ đề “dãy số-cấp số cộng-cấp số nhân”.

- Học sinh *mô tả* được tình huống đặt ra trong một số bài toán thực tiễn bằng công thức, phương trình, và thiết lập được mô hình hoá toán học (gồm công thức, phương trình, sơ đồ, hình vẽ, bảng biểu, đồ thị,...) để mô tả tình huống đặt ra trong một số bài toán thực tiễn.

- Một số mô hình toán học thường gặp chủ đề cấp số cộng- cấp số nhân.

+ Số hạng tổng quát của cấp số cộng: $u_n = u_1 + (n-1)d$.

+ Số hạng tổng quát của cấp số nhân: $u_n = u_1 q^{n-1}$.

+ Tổng n số hạng đầu tiên của cấp số cộng: $S_n = \frac{n(2u_1 + (n-1)d)}{2}$.

+ Tổng n số hạng đầu tiên của cấp số nhân: $S_n = \frac{u_1(1-q^n)}{1-q}, \dots$

b) Bước 2: **Giải quyết** được những vấn đề toán học trong mô hình được thiết lập.

Học sinh giải quyết bài toán: Sử dụng các công cụ toán học để khảo sát và giải quyết bài toán đã thiết lập ở bước 1.

c) Bước 3: **Lí giải** được tính đúng đắn của lời giải

- *Học sinh trình bày lời giải*: Sử dụng kết quả thu được ở bước 2 để diễn giải thành lời giải thực tiễn.

- *Học sinh kiểm chứng kết quả*: Phân tích và kiểm định lại các kết quả thu được trong lời giải. Ở đây, học sinh phải xác định mức độ phù hợp của mô hình và kết quả tính toán với vấn đề thực tế. Nếu kết quả không thể chấp nhận được thì phải lặp lại quá trình để tìm câu trả lời phù hợp cho bài toán ban đầu.

2.2. Tổ chức dạy học chủ đề “dãy số-cấp số cộng-cấp số nhân” bằng tiếng Anh nhằm phát triển năng lực mô hình hoá toán học cho học sinh

Trong dạy học Toán, hoạt động mô hình hoá toán học sẽ giúp học sinh phát triển các thao tác tư duy và kĩ năng giải quyết vấn đề. Thông qua hoạt động mô hình hoá toán học, học sinh hiểu được mối liên hệ giữa toán học với thực tiễn và các môn học khác, giúp học sinh thấy được những ứng dụng của toán học trong thực tiễn. Mặt khác, học sinh học toán bằng tiếng Anh giúp học sinh phát triển ngôn ngữ, phát triển năng lực giao tiếp toán học,... Dưới đây, chúng tôi trình

bày các bước tổ chức dạy học chủ đề “dãy số-cấp số cộng- cấp số nhân” bằng tiếng Anh nhằm phát triển năng lực mô hình hoá toán học cho học sinh, thông qua các ví dụ sau:

Ở bước 1, trong các ví dụ sau đây, GV tổ chức cho học sinh hệ thống từ vựng, làm các bài tập đơn giản như sau:

- Từ vựng: GV giao nhiệm vụ học sinh hệ thống các từ vựng trong chủ đề “dãy số-cấp số cộng- cấp số nhân”

Vocabulary:

Arithmetic sequence: Cấp số cộng

Common difference: Công sai

Geometric sequence: Cấp số nhân

Common ratio: Công bội

Term (n): Số hạng

Theorem(n): Định lí

Sum of first n term: Tổng của n số hạng đầu tiên

Per quarter: Mỗi quý

Increase (v): Tăng

Decrease(v): giảm

Substitute ... into the formula: Thay thế ... vào công thức

- Học sinh làm quen bài toán đơn giản của chủ đề “dãy số-cấp số cộng- cấp số nhân”

Example 1: Determine the sum of the first 50 even natural numbers?

Solution

The sequence is 2, 4, 6, 8, 10, ..., 100. It is an arithmetic sequence.

Substitute $a_1 = 2, a_{50} = 100, n = 50$ into the formula

$$S_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n) = \frac{50}{2} (2 + 100) = 2550.$$

Example 2: Given an arithmetic sequence (u_n) with $u_1 = 2$ and $d = 3$. Calculate the sum of the first 50 terms of the sequence.

Solution

Substitute $u_1 = 2$ và $d = 3, n = 50$ into the formula

$$S_n = \frac{n(2u_1 + (n-1)d)}{2} \Rightarrow S_{50} = \frac{50(2 \cdot 2 + 49 \cdot 3)}{2} = 3775$$

Example 3: Given an arithmetic sequence (u_n) with $u_1 = 2$ and $d = 3, S_n = 260$.

Find n .

Solution

Substitute $u_1 = 2$ và $d = 3, S_n = 260$ into the formula

$$S_n = \frac{n(2u_1 + (n-1)d)}{2} \Rightarrow S_n = \frac{n(2 \cdot 2 + (n-1) \cdot 3)}{2} = 260$$

Therefore, $3n^2 + n - 520 = 0 \Leftrightarrow n = 13$.

Example 4: Given a geometric sequence (u_n) with $u_1 = 2$ and $q = 3$. Calculate the sum of the first ten terms of the sequence.

Solution

Substitute $u_1 = 2$ và $q = 3$ into the formula

$$S_n = \frac{u_1(1-q^n)}{1-q} \Rightarrow S_{10} = \frac{2(1-3^{10})}{1-3} = 59048.$$

2.2.1. Example 1. (Negotiable salary sheet): When signing long-term contracts (10 years) with recruited engineers, company Joint Venture A proposes two payment options for employees to choose, namely:

Option 1: the employee will receive 180.000.000 VND for the first year of work and from the second year, the salary will be increased by 15.000.000 VND per year.

Option 2: the employee will receive 35 million VND for the first quarter and from the second working quarter the salary will increase by 1.500.000 VND per quarter.

If you were an employee, which option would you choose?

a) Bước 1: Thiết lập được mô hình toán học.

GV hỗ trợ học sinh mô tả tình huống thực tiễn trong ví dụ bằng công thức và phương trình liên quan cấp số cộng:

+ Why do you say it forms an arithmetic sequence?

+ What value has u_1 in this sequence?

+ What value has d in this sequence?

+ Find the sum of the first n terms of this sequence?

Học sinh thiết lập và phát biểu được bài toán sau:

So, we have a problem: “Option 1: Given an arithmetic sequence (u_n) with the first term $u_1 = 180 \cdot 10^6$ VND và $d = 15 \cdot 10^6$ VND. Calculate the sum of the first ten terms of the sequence.”

“Option 2: Given an arithmetic sequence (u_n) with the first term $u_1 = 35 \cdot 10^6$ VND and common difference $d = 1,5 \cdot 10^6$ VND. Calculate the sum of the first 40 terms of the sequence.”

b) Bước 2: Giải quyết được những vấn đề toán học trong mô hình được thiết lập

Học sinh chủ động sử dụng công thức toán học liên quan cấp số cộng để giải bài toán:

Option 1: $S_{10} = (180.2 + 9.15) \cdot 5 \cdot 10^6 = 2475 \cdot 10^6$ VND.

Option 2: $S_{40} = (35.2 + 39.1,5) \cdot 20 \cdot 10^6 = 2570 \cdot 10^6$ VND.

c) Bước 3: Lí giải được tính đúng đắn của lời giải

- Học sinh chủ động trình bày lời giải:

Solution

Option 1: It's the arithmetic sequence with the first term $u_1 = 180 \cdot 10^6$ VND and common difference $d = 15 \cdot 10^6$ VND.

So, according to option 1: The total amount of money they get received in 10 years is $S_{10} = (180.2 + 9.15) \cdot 5 \cdot 10^6 = 2475 \cdot 10^6$ VND

Option 2: It's the arithmetic sequence with the first term $u_1 = 35 \cdot 10^6$ VND and common difference $d = 1,5 \cdot 10^6$ VND.

According to option 2: The total amount of money they get received in 10 years is

$$S_{40} = (35.2 + 39.1,5) \cdot 20 \cdot 10^6 = 2570 \cdot 10^6 \text{ VND.}$$

So, if the employee chooses option 2 to receive a salary, the salary will be higher.

- Học sinh *kiểm chứng kết quả*: học sinh phân tích và kiểm tra lại kết quả của bài toán thu được và xác định mức độ phù hợp của mô hình và số liệu tính toán với tình huống thực tiễn.

Học sinh trả lời: So, if the employee chooses option 2 to receive a salary, the salary will be higher.

2.2.2. Example 2. (Save money): I want to buy a house 10^9 VND in the future. I started the form of savings as follows from 2020 started depositing $100 \cdot 10^6$ VND into the bank every year and every year after that it increased to $20 \cdot 10^6$ VND compared to the previous year (no interest payment). In which year will I save enough money to buy a house?

a) Bước 1: Thiết lập được mô hình toán học.

GV hỗ trợ học sinh mô tả tình huống thực tiễn trong ví dụ bằng công thức và phương trình liên quan cấp số cộng:

+ Why do you say it forms an arithmetic sequence?

+ What value has u_1 in this sequence?

+ What value has d in this sequence?

+ Find the sum of the first n terms of this sequence?

Học sinh thiết lập và phát biểu được bài toán sau:

So, we have a problem: "Given an arithmetic sequence (u_n) with $u_1 = 100 \cdot 10^6$ VND and $d = 20 \cdot 10^6$ VND, the sum of the n first terms of the sequence is 10^9 VND. Find n ."

b) Bước 2: Giải quyết được những vấn đề toán học trong mô hình được thiết lập

Học sinh chủ động sử dụng công thức toán học liên quan cấp số cộng để giải bài toán:

$$S_n = nu_1 + \frac{n(n-1)}{2}d.$$

$$\text{So, we have } 10^9 = n \cdot 100 \cdot 10^6 + \frac{n(n-1)}{2} \cdot 20 \cdot 10^6.$$

Therefore, $n \approx 6,5$.

c) Bước 3: Lí giải được tính đúng đắn của lời giải

- Học sinh chủ động *trình bày* lời giải:

Solution: From the problem hypothesis, we infer that the problem is an arithmetic sequence with first term $u_1 = 100 \cdot 10^6$ and common difference $d = 20 \cdot 10^6$.

Let S_n be the total amount after n years we have

$$S_n = n \cdot u_1 + \frac{n(n-1)}{2}d$$

$$\text{So, we have } 10^9 = n \cdot 100 \cdot 10^6 + \frac{n(n-1)}{2} \cdot 20 \cdot 10^6$$

Therefore,

$$100 = 10n + n(n-1) \Leftrightarrow n^2 + 9n - 100 = 0 \Leftrightarrow n \approx 6,5 \text{ and } n \approx -15,5.$$

- Học sinh *kiểm chứng kết quả*: học sinh phân tích và kiểm tra lại kết quả của bài toán thu được và xác định mức độ phù hợp của mô hình và số liệu tính toán với tình huống thực tiễn.

As a check, we can find the sum of all the terms up to the 6th and the 7th terms. Therefore, to find the sum of the terms up to $n=6$ with the same values $u_1 = 100 \cdot 10^6$ and $d = 20 \cdot 10^6$, we

can substitute these into our simplified equation, and simplify, giving

$$S_6 = 6 \cdot 100 \cdot 10^6 + \frac{6(6-1) \cdot 20 \cdot 10^6}{2} = 900 \cdot 10^6$$

To find the sum of the terms up to $n=7$, we have

$$S_7 = 7 \cdot 100 \cdot 10^6 + \frac{7(7-1) \cdot 20 \cdot 10^6}{2} = 1120 \cdot 10^6$$

In year 6, I will save a total of $900 \cdot 10^6$ VND, and in year 7, I will save $1120 \cdot 10^6$ VND. Therefore, we can give the answer that the year in which I will save over 10^9 VND is year 7.

Học sinh trả lời: So after at least 7 years I will have enough money to buy that house, that means, in 2027 I will save enough money to buy a house.

2.2.3. Example 3. A ball is dropped from a height of 81 cm. Each time it bounces, it returns to $\frac{2}{3}$ of its previous heights. What is the total distance the ball has traveled in the air when it hits the ground for the fifth time?

a) Bước 1: Thiết lập được mô hình toán học.

GV hỗ trợ học sinh mô tả tình huống thực tiễn trong ví dụ bằng công thức và phương trình liên quan cấp số nhân:

+ Why do you say it forms a geometric sequence?

+ What value has u_1 in this sequence?

+ What value has q in this sequence?

+ Choosing $u_1 = 81, q = \frac{2}{3}, S_5 = ?$ won't give us the answer that is required. To understand

why, let us look at the distance that the ball travels using the diagram opposite. We can see that except the first 81 cm, each length is covered twice. So if we define a geometric sequence which has $81 \cdot \frac{2}{3}$ as the first term.

Học sinh thiết lập và phát biểu được bài toán sau:

So, we have a problem: "Given a geometric sequence (u_n) with $u_1 = 81 \cdot \frac{2}{3}$ and $q = \frac{2}{3}$.

Calculate the sum of the first four terms of the sequence.

b) Bước 2: Giải quyết được những vấn đề toán học trong mô hình được thiết lập

Học sinh chủ động sử dụng công thức toán học liên quan cấp số nhân để giải bài toán:

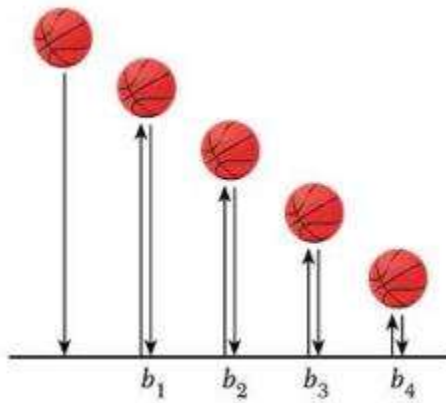
Substituting in our values, we have

$$S_4 = 2 \cdot 81 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^4}{1 - \frac{2}{3}} = 260.$$

c) Bước 3: Lí giải được tính đúng đắn của lời giải

- Học sinh chủ động trình bày lời giải:

Solution.



We can see that except the first 81 cm, each length is covered twice. So if we define a geometric sequence which has $81 \cdot \frac{2}{3}$ as the first term, we can formulize our answer as,

Total distance

$$S = 81 + S_4 = 81 + \left[2 \cdot 81 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^4}{1 - \frac{2}{3}} \right] = 341 \text{ cm.}$$

- Học sinh *kiểm chứng kết quả*: học sinh phân tích và kiểm tra lại kết quả của bài toán thu được và xác định mức độ phù hợp của mô hình và số liệu tính toán với tình huống thực tiễn.

Học sinh trả lời: Total distance is 341 cm.

2.2.4. Example 4. A gold mine produced 2 257 kg in the first year but production decreased by 14% annually. Find the amount of gold produced in the third year and the total across all 3 years. Give the answers to the nearest kilogram.

a) Bước 1: Thiết lập được mô hình toán học.

GV hỗ trợ học sinh mô tả tình huống thực tiễn trong ví dụ bằng công thức và phương trình liên quan cấp số nhân:

- We need to calculate the amount of gold produced in the 3rd year and the total amount produced across all three years. One way of doing this would be to directly find these values from the information given in the question.

- We are told that the amount of gold produced in the first year is 2257 kg.

In the second year, there is a 14% decrease. We could calculate 14% of 2257 kg and then subtract this value from 2 257 kg.

- Alternatively, we could multiply 2257 kg by $(1 - 0.14)$, as 14% written as a decimal is 0.14. This gives us a multiplier equal to 0.86.

These methods really work when we need to calculate a small number of years.

If we need to calculate over a longer period of time, we can use our knowledge of geometric sequences. We know that any geometric sequence has a first term u_1 and common ratio q .

The amount of gold produced by the mine forms such a sequence, where $u_1 = 2257$ và $q = 0.86$.

We know that the common ratio, q , is 0.86 as this is the constant that we multiply each term by to get the next term.

Học sinh thiết lập và phát biểu được bài toán sau:

So, we have a problem: "Given a geometric sequence (u_n) $u_1 = 2257$ and $q = 0.86$.

Calculate the sum of the first three terms of the sequence and u_3 .

b) Bước 2: Giải quyết được những vấn đề toán học trong mô hình được thiết lập
 Học sinh chủ động sử dụng công thức toán học liên quan cấp số nhân để giải bài toán:

Substituting in our values, we have

$$u_3 = 2257(0.86)^{3-1} = 2257(0.86)^2 = 1669.2772$$

Substituting in our values, we have

$$S_3 = \frac{2257(1-0.86^3)}{1-0.86} = 5867.2972$$

c) Bước 3: Li giải được tính đúng đắn của lời giải

- Học sinh chủ động trình bày lời giải:

Solution.

The general term of a geometric sequence, u_n , can be calculated using the

formula $u_n = u_1q^{n-1}$. Substituting in our values, we have

$$u_3 = 2257(0.86)^{3-1} = 2257(0.86)^2 = 1669.2772$$

Once again, we see that the amount of gold produced in the third year is equal to 1 669 kg, rounded to the nearest kilogram.

The sum of the first n terms of a geometric sequence S_n can be calculated using the formula

$$S_n = \frac{u_1(1-q^n)}{1-q}$$

Substituting in our values, we have

$$S_3 = \frac{2257(1-0.86^3)}{1-0.86} = 5867.2972 .$$

- Học sinh kiểm chứng kết quả: học sinh phân tích và kiểm tra lại kết quả của bài toán thu được và xác định mức độ phù hợp của mô hình và số liệu tính toán với tình huống thực tiễn.

Học sinh trả lời: The total amount of gold produced across all three years is equal to 5 867 kg, rounded to the nearest kilogram.

2.2.5. Example 5. A water tank had 1 778 litres of water. The volume of the water decreased by 14, 28, and 56 litres over the next three days respectively. How long will it take the tank to be empty given that the water volume decreases following the same pattern?

a) Bước 1: Thiết lập được mô hình toán học.

GV hỗ trợ học sinh mô tả tình huống thực tiễn trong ví dụ bằng công thức và phương trình liên quan cấp số nhân:

We notice that the values 14, 28, 56,... form a geometric sequence, with first term $u_1 = 14$ and common ratio $q = 2$. To check this, we divide each term by the term before it: $56:28=28:14=2$.

Học sinh thiết lập và phát biểu được bài toán sau:

So, we have a problem: "Given a geometric sequence (u_n) with $u_1 = 14$ and $q = 2$, the sum of the first n terms of the sequence is 1778 litres of water. Find n ."

Calculate the sum of the first five terms of the sequence.

b) Bước 2: Giải quyết được những vấn đề toán học trong mô hình được thiết lập

Học sinh chủ động sử dụng công thức toán học liên quan cấp số nhân để giải bài toán:

Substituting in our values, we have

$$1778 = \frac{14(1-2^n)}{1-2} \Leftrightarrow 1778 = 14(2^n - 1) \Leftrightarrow 2^n = 128.$$

c) Bước 3: Lí giải được tính đúng đắn của lời giải

- Học sinh chủ động *trình bày* lời giải:

Solution.

The sum of the first n terms of a geometric sequence, S_n , can be calculated using the

formula
$$S_n = \frac{u_1(1-q^n)}{1-q}.$$

Since the total amount of water in the tank is 1778 litres, then $S_n = 1778$ and we want to calculate the time period, n , in days.

Substituting in our values we have

$$1778 = \frac{14(1-2^n)}{1-2} \Leftrightarrow 1778 = 14(2^n - 1) \Leftrightarrow 2^n = 128.$$

We know that 128 is a power of 2, so n is an integer value.

In fact, 2^7 is 128, so $n=7$.

Therefore, the water tank will be empty after 7 days.

- Học sinh *kiểm chứng kết quả*: học sinh phân tích và kiểm tra lại kết quả của bài toán thu được và xác định mức độ phù hợp của mô hình và số liệu tính toán với tình huống thực tiễn.

We can verify this answer by calculating the amount of water in the tank at the end of each day by subtracting 14,28,56, ... individually.

End of day 1: $1778-14=1764$

End of day 2: $1764-28=1736$

End of day 3: $1736-56=1680$

End of day 4: $1680-112=1568$

End of day 5: $1568-224=1344$

End of day 6: $1344-448=896$

End of day 7: $896-896=0$

Học sinh trả lời: This confirms that the water tank will be empty after 7 days.

3. KẾT LUẬN

Trong dạy học Toán ở trường phổ thông, phát triển năng lực mô hình hoá toán học sẽ giúp học sinh hiểu được ý nghĩa của việc học Toán, giúp học sinh giải quyết các vấn đề - thực tiễn, hiểu mối liên hệ giữa toán học và thực tiễn, từ đó góp phần giúp học sinh phát triển năng lực giải quyết vấn đề Toán học. Bài viết đã đề xuất các bước, cách tổ chức dạy học toán bằng tiếng Anh chủ đề “dãy số-cấp số cộng-cấp số nhân” nhằm phát triển năng lực mô hình hoá toán học cho học sinh. Do đó, học sinh có thể sử dụng tiếng Anh để thiết lập mô hình toán học, giải quyết được những vấn đề toán học trong mô hình được thiết lập, lí giải được tính đúng đắn của lời giải, học sinh không chỉ hứng thú và tích cực trong giờ học mà còn phát triển được những năng lực cần thiết khác như năng lực tư duy, trình bày vấn đề toán học bằng tiếng Anh, năng lực hợp tác, làm việc nhóm,...qua đó giúp cho quá trình tiếp cận việc giảng dạy Toán bằng tiếng Anh tự nhiên và thuận lợi hơn so với những giờ học thông thường.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Ban Chấp hành Trung ương (2013). *Nghị quyết số 29-NQ/TW, ngày 04/11/2013 về đổi mới căn bản, toàn diện giáo dục và đào tạo, đáp ứng yêu cầu công nghiệp hóa, hiện đại hóa trong điều kiện kinh tế thị trường định hướng xã hội chủ nghĩa và hội nhập quốc tế.*

- [2] Bộ Giáo dục và Đào tạo, *Chương trình giáo dục phổ thông tổng thể* (tháng 7 năm 2017).
- [3] Bộ GD-ĐT (2018). *Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán* (ban hành kèm theo Thông tư số 32/2018/TTBGDDĐT ngày 26/12/2018 của Bộ trưởng Bộ GD-ĐT).
- [4] Lê Thị Hoài Châu, *Mô hình hoá trong dạy học khái niệm đạo hàm*, Tạp chí Khoa học, Trường Đại học Sư phạm TP. Hồ Chí Minh, số 65 (2014)
- [5] Nguyễn Dương Hoàng, *Vận dụng mô hình hóa toán học trong dạy học chủ đề “hàm số bậc hai” (đại số 10)*, Tạp chí giáo dục, Số đặc biệt tháng 7/2019, tr 217-220; 277
- [6] Trần Kiều, (2014), *Về mục tiêu môn Toán trong trường phổ thông Việt Nam*, Tạp chí Khoa học Giáo dục, Số 102, tháng 3 năm 2014
- [7] Nguyễn Danh Nam (2016). *Phương pháp mô hình hóa trong dạy học môn Toán ở trường phổ thông*, NXB Đại học Thái Nguyên.
- [8] Đỗ Thị Thanh (2020). *Dạy học giải bài toán xác suất nhằm phát triển năng lực mô hình hóa toán học cho sinh viên khối ngành Kỹ thuật Trường Đại học Công nghiệp Hà Nội*. Tạp chí Giáo dục, số đặc biệt kì 1 tháng 5, 131-137.
- [9] Maab, K. (2006). *What are modeling competencies?* *ZDM Mathematics Education*, 38(2), 113-142